

Jogos Simultâneos: Encontrando as Melhores Respostas Estratégicas

Com as raposas, devemos bancar raposas.

DR. THOMAS FULLER, MÉDICO BRITÂNICO (1654-1734)

INTRODUÇÃO

A epígrafe deste capítulo nos lembra de que é importante levar em consideração o que os outros pretendem, e algumas vezes também o que eles pensam que nós achamos que eles pretendem e assim por diante. Em outras palavras, precisamos começar a entender como os agentes envolvidos em situações de interação estratégica analisam a situação e tomam suas decisões, para descobrirmos as melhores respostas em um jogo.

Até aqui discutimos apenas como se modela um jogo. Modelar adequadamente uma situação de interação estratégica é de fundamental importância, pois uma modelagem inadequada pode resultar em conclusões equivocadas acerca de que estratégia adotar para obter os melhores resultados. Daí termos visto, em detalhe, os elementos necessários para se modelar uma situação de interação estratégica, assim como os tipos de modelos que podem ser criados.

Agora, contudo, já é tempo de começarmos a discutir como os jogadores tomam suas decisões em situações de interação estratégica, isto é, *como se deve jogar um jogo*. Para isso, precisamos determinar quais serão os resultados mais prováveis do jogo caso os jogadores *ajam racionalmente*. Em outras palavras, agora é o momento de analisarmos um jogo e, nessa análise, a hipótese de que os jogadores escolhem a estratégia que produz os melhores resultados, dados os seus objetivos, possui fundamental importância.

Após a explicação em sala – e se necessária a leitura do texto que segue – solucione as questões abaixo:

Exercício 01

Utilizando a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, determine o equilíbrio do jogo abaixo:

	Empresa ALFA (e1)	Empresa ALFA (e3)	Empresa ALFA (e3)
Empresa BETA (e1)	1, 1	1, $\frac{1}{2}$	2, 0
Empresa BETA (e2)	1, 0	0, 1	2, 2

Exercício 02

Observando o jogo abaixo, responda às questões que seguem:

- Existe alguma estratégia estritamente dominante? Em caso afirmativo, qual?
- Utilizando a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, determine o equilíbrio do jogo.

	B(1)	B(2)	B(3)	B(4)
A(1)	3,0	1,1	5,4	0,2
A(2)	1,1	3,2	6,0	2,-1
A(3)	0,2	4,4	7,2	3,0

Começaremos nossa análise de jogos examinando neste capítulo *jogos simultâneos*. Ainda que esse tipo de jogo represente uma forma de interação estratégica bastante simples, pode proporcionar resultados bastante interessantes não apenas para ilustrar como muitas vezes se deve proceder em uma situação de interação estratégica, mas também para nos ajudar a entender algumas situações aparentemente paradoxais que encontramos ao estudarmos a economia, estratégias empresariais e muitas outras situações de interação social.

Além disso, adotaremos inicialmente a abordagem clássica de teoria dos jogos, em que é comum assumir que *a estrutura do jogo*, isto é, as estratégias que os jogadores podem adotar e as recompensas que podem obter a partir de cada combinação de estratégias, é de conhecimento comum.



Uma informação do jogo é dita de *conhecimento comum* quando todos os jogadores conhecem a informação, todos os jogadores sabem que todos os jogadores conhecem a informação, todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem que todos os jogadores conhecem a informação e assim por diante, até o infinito.

O leitor pode estar achando estranha essa cadeia de todos sabem que todos sabem que todos sabem... Que se estende até o infinito. No entanto, há uma razão simples para isso: sempre que temos um processo de interação estratégica, em que a escolha de um jogador depende das escolhas de outro jogador, é natural que, antes de tomar suas decisões, um jogador imagine o que o outro jogador imagina que o jogador está imaginando que o outro jogador imagina... E assim por diante, tantas vezes quanto for o processo de interação entre eles. A imposição de que essa cadeia se estenda até o infinito é apenas para dar conta de qualquer processo de interação, por mais longo que seja.¹

Isso não significa que casos de interação estratégica em que as informações relevantes não são de conhecimento comum não podem ser analisados: como veremos mais adiante, existem métodos específicos para lidar com esse tipo de situação. Mas, por enquanto, vamos começar com situações mais simples, em que os jogadores têm conhecimento comum das informações relevantes para o processo de interação estratégica: vamos discutir os jogos de *informação completa*.

¹ Isso vai ficar mais claro quando discutirmos a utilidade da hipótese de conhecimento comum para a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, mais adiante.



Um jogo é dito de *informação completa* quando as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum.

Mas por que é importante definir que as recompensas dos jogadores sejam de conhecimento comum? Como estamos supondo que os jogadores são racionais, ou seja, que adotarão as estratégias que maximizem suas recompensas, afirmar que as recompensas dos jogadores são de conhecimento comum significa dizer que nenhum dos jogadores possui dúvidas sobre o resultado que os demais estão buscando obter. Assim, cada jogador sabe exatamente com quem está jogando, pois sabe quais são os objetivos dos outros jogadores.

Ao estudarmos jogos simultâneos, nosso interesse será determinar que combinação de estratégias os jogadores poderão adotar, isto é, quais serão suas ações e que conseqüências essas ações terão para os jogadores, desde que eles hajam racionalmente.

Para poder responder a isso, estudaremos inicialmente o que são estratégias estritamente dominantes e estratégias estritamente dominadas. Em seguida, veremos como os jogadores realizam suas escolhas quando é possível eliminar as estratégias estritamente dominadas e chegar a uma única combinação de estratégias.

Em seguida, discutiremos o importante conceito de equilíbrio de Nash, que nos permite determinar qual será a combinação de estratégias que os jogadores escolherão mesmo que não seja possível eliminar estratégias estritamente dominadas. Veremos várias aplicações interessantes do equilíbrio de Nash.

UMA PRIMEIRA BUSCA DA SOLUÇÃO DO JOGO: ELIMINANDO ESTRATÉGIAS ESTRITAMENTE DOMINADAS

Em alguns casos, os jogadores têm uma ou mais opções de estratégia que proporcionam resultados melhores do que alguma outra estratégia, não importando o que os demais jogadores façam. Nesse caso, a análise do jogo fica bastante facilitada, como veremos em seguida: se uma opção lhe dá um resultado sempre melhor do que outra, por que escolher esta outra, se você for racional? Assim, podemos eliminar várias estratégias que são menos interessantes do que outras.

Considere, por exemplo, a seguinte situação de interação estratégica: a empresa de sabão em pó Limpo tem de decidir se lança, ou não, uma marca biode-

gradável para competir com o produto biodegradável de sua concorrente, a empresa Bonito. Esta última, por sua vez, tem de decidir se aumenta, ou não, os gastos de propaganda com o seu produto. Os lucros de cada empresa são apresentados na forma estratégica na Figura 3.1 a seguir, em milhões de reais.²

Limpo	Bonito	
	Aumentar os Gastos com Publicidade	Não Aumentar os Gastos com Publicidade
Lançar o Produto Biodegradável	5, 5	7, 3
Não Lançar o Produto Biodegradável	2, 4	2, 7

Figura 3.1 Exemplo de Estratégia Estritamente Dominante

Considere inicialmente os lucros da empresa Limpo. Caso a empresa concorrente Bonito decida aumentar seus gastos em publicidade, lançar o produto biodegradável proporcionará lucros no valor de 5 milhões de reais, enquanto a decisão de não lançar o produto biodegradável produzirá lucros menores, no valor de 2 milhões de reais.

Da mesma forma, caso a empresa Bonito decida não aumentar seus gastos em publicidade, lançar o produto biodegradável produzirá lucros maiores (7 milhões) do que não lançar (2 milhões). O que você faria se fosse o presidente da empresa Limpo e tivesse que tomar uma decisão sobre o lançamento do produto biodegradável?

Como você já deve ter percebido, não importa o que a empresa Bonito decida, *é sempre melhor para a empresa Limpo lançar seu produto biodegradável*. Utilizando os termos empregados pela teoria dos jogos, a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} *domina* a estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} no caso do jogador Limpo. Também podemos dizer que o jogador Limpo possui uma *estratégia dominante* {Lançar o Produto Biodegradável}.³ Alternativamente, poderíamos afirmar que a estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} *é dominada* pela estratégia {Lançar o Produto Biodegradável}.

Note que *todas* as recompensas da estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} são *estritamente maiores* do que as recompensas da estratégia {Não Lançar



o Produto Biodegradável}. Nesse caso, diz-se que a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} é *estritamente dominante em relação à estratégia* {Não Lançar o Produto Biodegradável}.

Mas além de estratégias estritamente dominantes, também podemos ter casos em que uma estratégia é melhor do que outra em pelo menos uma situação, sendo no restante das vezes apenas tão boa quanto esta outra. Veja o mesmo exemplo anterior, ligeiramente reformulado, na Figura 3.2 a seguir:

Limpo	Bonito	
	Aumentar os Gastos com Publicidade	Não Aumentar os Gastos com Publicidade
Lançar o Produto Biodegradável	2, 5	7, 3
Não Lançar o Produto Biodegradável	2, 4	2, 7

Figura 3.2 Exemplo de Estratégia Fracamente Dominante

No nosso exemplo reformulado, caso a empresa Bonito decida aumentar seus gastos com publicidade, {Lançar o Produto Biodegradável} produz resultados tão bons quanto {Não Lançar o Produto Biodegradável}. Contudo, se a empresa Bonito decidir não aumentar seus gastos com publicidade, a empresa Limpo terá lucros maiores caso decida lançar seu detergente biodegradável.

Nesse caso, em que a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} produz recompensas (lucros) superiores em uma situação, e recompensas tão boas como as recompensas da estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} no restante das vezes, diz-se que a estratégia {Lançar o Produto Biodegradável} é *fracamente dominante em relação à estratégia* {Não Lançar o Produto Biodegradável}, para a empresa Limpo.

Da mesma forma, diz-se que a estratégia {Não Lançar o Produto Biodegradável} é *fracamente dominada* pela estratégia {Lançar o Produto Biodegradável}.

² Os valores das recompensas têm sempre sentido simbólico: visam apenas a ordenar as preferências dos jogadores.

³ Examine o mesmo caso e veja que a empresa Bonito não possui estratégia dominante.

Mas nosso interesse não se limita a identificar estratégias dominantes e dominadas. Essa identificação permitirá aplicar o primeiro método para determinar o resultado de um jogo, isto é, que estratégias os jogadores devem escolher para obterem as melhores recompensas. Esse será o nosso próximo assunto.

Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

O método mais simples para se determinar o resultado de um jogo simultâneo é a chamada *eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas*. Para entender como esse método é aplicado, considere a seguinte situação hipotética: duas empresas, a Carro Novo e a Novo Auto, competem no mercado automobilístico. A empresa Carro Novo já tem seu modelo de utilitário, que é um sucesso, enquanto a Novo Auto ainda não oferece nenhum modelo de utilitário.

A Novo Auto tem três opções: (a) importar o utilitário de sua matriz estrangeira; produzir o utilitário nacionalmente; ou simplesmente permanecer fora do segmento de utilitários, decidindo não competir com a Carro Novo. A empresa Carro

Novo pode responder às escolhas da Novo Auto de três formas: mantendo o preço do seu modelo; diminuindo o preço do seu modelo; ou lançando uma nova versão do seu modelo.

Vamos supor que ambas as empresas tomam suas decisões ao mesmo tempo, no momento de finalizar seu planejamento anual, sem conhecer as decisões uma da outra. Contudo, como são empresas experientes no mercado e que já competiram entre si em outras oportunidades, conhecem o comportamento dos consumidores e fazem uma estimativa bastante razoável dos seus lucros e dos lucros da rival em cada situação.

A forma estratégica na Figura 3.3 (a) seguinte apresenta as estimativas de lucros (em milhões) de cada combinação de ações das duas empresas, que resultam tanto dos custos de cada opção quanto da reação da demanda a novidades dos produtos e aos preços:

Novo Auto	Carro Novo		
	Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço
Lançar Modelo Próprio	1, 4	4, 1	1, 3
Importar da Matriz	2, 2	2, 1	2, 3
Não Competir com a Carro Novo	1, 1	0, 6	1, 0

Figura 3.3 (a) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (1ª rodada)

O leitor já deve ter percebido que a Carro Novo não possui estratégia estritamente dominante: enquanto {Lançar Nova Versão} é a melhor opção se a Novo Auto lança seu modelo de utilitário (gera um lucro estimado de 4 milhões); a estratégia {Reduzir Preço} é a melhor opção se a Novo Auto decide importar da matriz (lucro estimado de 3 milhões); e {Manter Preço} é a melhor opção se a Novo Auto decidir não competir com a Carro Novo (6 milhões).

No caso da Novo Auto também não há uma estratégia que seja sempre melhor do que todas as outras, não importando o que a Carro Novo faça. Contudo, para a Novo Auto a estratégia {Não Competir com a Carro Novo} sempre resulta em uma recompensa pior do que {Importar da Matriz}, independentemente da escolha que a Carro Novo faça: {Não Competir com a Carro Novo} é *estritamente dominada* por {Importar da Matriz}.

Assim, qualquer que seja a escolha da Carro Novo, não competir no mercado de utilitários *sempre* dá um resultado pior para a Novo Auto do que importar um modelo da matriz. Com isso podemos eliminar a estratégia {Não Com-

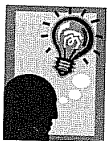
petir com a Carro Novo}, conforme foi feito na Figura 3.3 (b), ao riscarmos a estratégia {Não Competir com a Carro Novo}.

Novo Auto	Carro Novo		
	Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço
Lançar Modelo Próprio	1, 4	4, 1	1, 3
Importar da Matriz	2, 2	2, 1	2, 3
Não Competir com a Carro Novo	1, 1	0, 6	1, 0

Figura 3.3 (b) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (1ª rodada)

Examinemos agora as opções da Novo Auto, para verificarmos se ainda é possível eliminar mais alguma estratégia que seja estritamente dominada. É fácil concluir que não podemos eliminar mais nenhuma opção para a Novo Auto, ao menos por enquanto: enquanto {Lançar Modelo Próprio} dá um resultando melhor do que {Importar da Matriz} se a Carro Novo mantém o preço do seu modelo atual (um lucro previsto de 4 milhões no primeiro caso contra 2 milhões no segundo), caso a Carro Novo decida lançar uma nova versão de seu modelo ou reduzir o preço de seu modelo atual para a Novo Auto é melhor importar da matriz do que lançar uma nova versão de seu próprio modelo.

Vamos examinar agora as opções da Carro Novo na Figura 3.3 (b), após a primeira rodada de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas. É fácil ver agora que, *após termos eliminado a estratégia* {Não Competir com a Carro Novo} da Novo Auto, a estratégia {Manter Preço} da Carro Novo *passou a ser estritamente dominada* tanto por {Lançar Nova Versão} como por {Reduzir Preço}. Isso é uma característica importante do método de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, e que vale a pena ser destacada.



Estratégias que não eram estritamente dominadas para um jogador no jogo original podem ir se tornando estritamente dominadas à medida que estratégias estritamente dominadas de outros jogadores são eliminadas.

Podemos então eliminar a estratégia {Manter Preço} das opções da Carro Novo na segunda rodada de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, como foi feito na Figura 3.3 (c).

Novo Auto	Carro Novo		
	Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço
Lançar Modelo Próprio	1, 4	4, 1	1, 3
Importar da Matriz	2, 2	2, 1	2, 3

Figura 3.3 (c) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (2ª rodada)

Após eliminarmos a estratégia {Manter Preço} devemos examinar se há alguma outra estratégia da Carro Novo que possa ser eliminada. Com efeito, não há nenhuma outra estratégia que possa ser eliminada: para a Carro Novo é melhor lançar uma nova versão do seu utilitário se a Novo Auto lançar seu próprio modelo (lucro previsto de 4 milhões), enquanto é melhor para a Carro Novo reduzir o preço de seu modelo se a Novo Auto decidir importar seu utilitário da matriz (lucro previsto de 3 milhões).

Na Figura 3.3 (d) seguinte representamos o jogo após as duas rodadas de eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas:

Novo Auto	Carro Novo	
	Lançar Nova Versão	Reduzir Preço
Lançar Modelo Próprio	1, 4	1, 3
Importar da Matriz	2, 2	2, 3

Figura 3.3 (d) Estratégias Restantes após duas Rodadas de Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

Na Figura 3.3 (d) é fácil observar que, embora a Carro Novo não possua estratégia estritamente dominada, o mesmo não é verdade para a Novo Auto. *Após a eliminação da opção de manter o preço* da Carro Novo, a estratégia de lançar seu próprio modelo tornou-se estritamente dominada pela estratégia de importar o utilitário da matriz para a Novo Auto.

Com isso podemos eliminar a estratégia da Novo Auto de lançar seu modelo de utilitário, o que já fizemos diretamente na Figura 3.3 (e) a seguir:

Novo Auto	Carro Novo	
	Lançar Nova Versão	Reduzir Preço
Importar da Matriz	2, 2	2, 3

Figura 3.3 (e) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas (3ª rodada)

O resultado, a partir da Figura 3.3 (e), é praticamente imediato: considerando apenas a estratégia restante da Novo Auto {Importar da Matriz}, a estratégia {Lançar Nova Versão} é *estritamente dominada* por {Reduzir Preço} para a Carro Novo. Segue-se que o resultado final do jogo entre a Novo Auto e a Carro Novo é dado pela combinação de estratégias (Importar da Matriz, Reduzir Preço). Esse resultado constitui um **equilíbrio em estratégias estritamente dominantes**.



Atividade 3.1: Retorne ao jogo da Figura 3.1 e determine se há algum equilíbrio em estratégias estritamente dominantes.

Estratégias Racionalizáveis e Melhor Resposta

Assim, sempre que conseguirmos obter um equilíbrio em estratégias estritamente dominantes, ou seja, quando a eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas nos deixar com apenas uma estratégia para cada jogador, diz-se que o jogo analisado é **solucionável por dominância**.⁵ As estratégias que resultam da eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas, mesmo que seja mais do que uma para cada jogador, são chamadas **racionalizáveis**.

Antes de considerarmos o princípio que fundamenta o conceito de **racionalização**, é importante levar em consideração que na eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas estamos supondo que cada jogador é racional, cada jogador sabe que os outros jogadores são racionais e cada jogador sabe que os outros sabem que ele sabe que os outros jogadores são racionais e assim por diante, infinitamente, ou seja, vale a hipótese de que a racionalidade dos jogadores é de *conhecimento comum*.

Assim, a hipótese aplicada para obter a solução do jogo por intermédio da eliminação iterativa de estratégias estritamente dominadas foi a hipótese de **conhecimento comum da racionalidade (CCR)**:



Em teoria dos jogos, quando um fato é de **conhecimento comum**, isso significa que todos os jogadores sabem do fato, todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem do fato, todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem que todos os jogadores sabem do fato e assim por diante, infinitamente. Quando se supõe que a racionalidade dos jogadores é de conhecimento comum, diz-se que está sendo adotada a hipótese do **conhecimento comum da racionalidade (CCR)**.

O princípio que fundamenta o conceito de **racionalização** é simples. Em um jogo simultâneo com dois jogadores, digamos i e j , em que a *estrutura do jogo e a racionalidade de ambos os jogadores são de conhecimento comum*, se nesse jogo alguma estratégia s_i^{**} do jogador i sempre produz um resultado pior para o jogador i do que todas as outras, não importando o que o jogador j faça, *não há nenhuma razão, qualquer que seja a conjectura do jogador i a respeito das estratégias que o jogador j possa querer jogar*, que justifique o jogador i escolher a estratégia s_i^{**} .

Para esclarecer o que queremos dizer, considere a Figura 3.3 (a), que estamos reproduzindo novamente:

Novo Auto	Carro Novo		
	Lançar Nova Versão	Manter Preço	Reduzir Preço
Lançar Modelo Próprio	1, 4	4, 1	2, 3
Importar da Matriz	2, 2	2, 1	1, 3
Não Competir com a Carro Novo	0, 1	0, 6	0, 0

Figura 3.3 (a) Eliminação Iterativa de Estratégias Estritamente Dominadas

Não há nenhuma conjectura da Novo Auto com relação ao que a Carro Novo possa fazer que justifique escolher {Não Competir com a Carro Novo}, uma vez que a estrutura do jogo (as recompensas por cada combinação de estratégias) e a racionalidade dos jogadores são de conhecimento comum.

Por exemplo, ainda que houvesse algum motivo para a Novo Auto acreditar que a Carro Novo pudesse decidir manter o preço, não haveria nenhum motivo para a Novo Auto decidir jogar {Não Competir com a Carro Novo}, pois as duas outras estratégias resultariam, sob essa hipótese, em recompensas maiores. O mesmo ocorreria se a Novo Auto acreditasse que a Carro Novo fosse escolher {Lançar Nova Versão} ou {Reduzir Preço}. Assim, a estratégia {Não Competir com a Carro Novo} não é racionalizável.